

# Estimación de la incertidumbre aleatoria de la distorión sísmica de entrepiso de pórticos de concreto reforzado considerando la variabilidad del módulo elástico del concreto de Bogotá

## Estimation of random uncertainty of the seismic interstory drift ratio of reinforced concrete frames taking into account the variability of concrete elasticity modulus in Bogota

Daniel Ruiz<sup>1,2\*</sup>, María C. Borrero<sup>3\*</sup>, María León<sup>2\*</sup>, Hermes Vacca<sup>2\*</sup>

\*Pontificia Universidad Javeriana. COLOMBIA

Fecha de Recepción:22/02/2012

Fecha de Aceptación:06/03/2013

PAG 95 - 106

### Resumen

Con el módulo de elasticidad del concreto, E, y con la geometría de los elementos estructurales los diseñadores establecen los desplazamientos en estructuras de concreto reforzado. Los autores recopilaron y analizaron estadísticamente la información de ensayos de resistencia a la compresión,  $f_c$ , con medición de E para Bogotá (más de 1500 ensayos). Posteriormente se realizó un diseño de edificaciones de 5 pisos siguiendo las especificaciones de la norma NSR-10 (AIS, Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, 2010) y con dos de los espectros de la reciente microzonificación (año 2010). Con estos edificios y con 1500 números aleatorios de  $f_c$  y E (basados en los análisis estadísticos de ensayos de laboratorio), se hicieron 6000 simulaciones computacionales variando E y  $f_c$  para determinar las deformaciones máximas de entrepiso (en % de la altura del entrepiso) de los edificios. Se establecieron las deformaciones para análisis modales espectrales y para análisis de fuerza horizontal equivalente. De acuerdo con los resultados, las deformaciones de entrepiso serían en promedio 147% de las de diseño. Asimismo, en promedio 67 de cada 100 edificaciones de cinco pisos diseñadas en Bogotá con la NSR-10 (Norma Sismo resistente) tendrían deformaciones de entrepiso mayores a 1%. Por ello se propone modificar la fórmula de estimación de E de la NSR-10 (para Bogotá) para hacer una estimación más segura y confiable de las deformaciones de entrepiso sísmicas.

**Palabras Clave:** Deformación de entrepiso, análisis estadístico, ensayos de laboratorio, simulaciones computacionales

### Abstract

Based on the modulus of elasticity of concrete (E) and the geometry of the structural elements, the displacements of reinforced concrete structures are assessed by designers. The authors compiled and statistically analyzed the information of concrete strength tests,  $f_c$  with measurement of E (more than 1500 tests). Afterwards, a design of 5-story buildings was done following the specifications of the NSR-10 (AIS, Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, 2010) and using two of the design spectrums of the recent seismic micro-zoning of Bogota (year 2010). With these buildings and with 1500 random numbers for  $f_c$  and E (based on the statistic analyses of laboratory tests), 6000 computer simulations, varying E and  $f_c$ , was done to determine the seismic drifts (as a percentage of the interstory distance) of the buildings. Seismic drifts were determined from spectral modal analyses and equivalent horizontal force analysis. In agreement with the results, the seismic drifts would be in average 147% of the seismic design drifts. Additionally, in average, 67 of each 100 buildings of five floors designed and constructed in Bogota with the NSR-10 would have seismic drifts higher than 1%. For that reason, the authors propose to modify the formula of the elasticity modulus included in the NSR 10 (at least for Bogota), in order to make a safer and reliable estimation of E and the seismic drifts.

**Keywords:** Seismic drift, statistical analysis, laboratory tests, computer simulations

## 1. Introducción y antecedentes

El diseño convencional de edificios de concreto reforzado que realizan los ingenieros estructurales siempre es lineal y obedece a una estimación de la rigidez a partir del cumplimiento de una deformación, para una fuerza inercial extraída del espectro de aceleraciones absolutas y la masa del sistema. A su vez, la resistencia, se evalúa a partir de un análisis lineal equivalente, pero con fuerzas iniciales reducidas por un factor R, que presupone un comportamiento inelástico, bajo la premisa de que las deformaciones en el régimen lineal, son las mismas que en el régimen no-lineal bajo el mismo nivel de cargas. Esto se denomina: «Principio de iguales deformaciones», y nunca ha habido garantía de que se cumpla en todas las situaciones; sin embargo es el procedimiento usado en el diseño estructural.

## 1. Introduction and general backgrounds

The conventional design of reinforced concrete buildings developed by structural engineers is always linear, due to the stiffness estimation carried out; which is based on a failure performance for an inertial force, drawn from an absolute accelerations spectrum and from the system mass. Resistance, in turn, is assessed by means of an equivalent linear analysis, but employing inertial forces reduced by an R factor, which assumes an inelastic behavior, by guessing that linear deformations are the same as the ones for non-linear deformations provided that both are under the same loading stress level. This is the so-called «Principle of equal deformations». However, it has not been proven for all cases. Nevertheless the procedure is employed for structural design.

<sup>1</sup> Autor de correspondencia / Corresponding author:

E-mail: daniel.ruiz@javeriana.edu.co

<sup>2</sup> Grupo Estructuras y Construcción, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Pontificia Universidad Javeriana. Colombia

<sup>3</sup> Ingeniera Civil, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Pontificia Universidad Javeriana. Colombia

De acuerdo con lo anterior los parámetros más importantes que utilizan los ingenieros calculistas para el diseño de edificaciones de concreto reforzado son: modulo de elasticidad del concreto ( $E$ ), resistencia a la compresión del concreto a los 28 días ( $f'c$ ), la tensión de fluencia del acero de refuerzo ( $F_y$ ), la geometría de los elementos estructurales y las cargas. Al tener en cuenta simultáneamente esas variables, se diseñan las edificaciones de acuerdo con la normatividad existente AIS (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica), 2010.

La variable fundamental en la asignación de la rigidez, y por ende, del tamaño de las secciones de los elementos estructurales es el modulo de elasticidad del concreto; el cual resulta ser al final una definición puesto que la curva tensión vs. deformación del concreto tiende a ser más una parábola que una línea recta. En el caso colombiano la norma NTC4025. Norma Técnica Colombiana (ICONTEC) 2005; presenta la definición del módulo de elasticidad. No obstante esta no linealidad, el módulo hace parte integral y lineal de toda la matriz de rigidez de cualquier edificación que se diseña. El resultado de lo anterior conduce a que cualquier incremento del modulo de elasticidad, representa una reducción en la misma proporción de los desplazamientos y las deformaciones de entrepiso alcanzadas. En el caso específico de Bogotá el módulo de elasticidad adquiere una mayor importancia considerando que normalmente el diseño de edificaciones aporticadas (o con sistemas duales) está controlado para que las deformaciones de entrepiso no superen el 1% de la altura del entrepiso. En el presente estudio, cada que se hable de la deformación de entrepiso se deberá entender como la relación (en porcentaje) existente entre los desplazamientos de dos pisos consecutivos y la altura del entrepiso.

Según la referencia Gallego M. y Sarria A. (2006), variaciones del módulo de elasticidad aumentan la incertidumbre de la rigidez de un sistema estructural. De acuerdo con la referencia Ruiz D., Vacca H. y León M (2007), para el caso de Bogotá y para el concreto de 21MPa, el concreto puede tener un módulo de elasticidad que varía entre 7500MPa y 22500MPa para concretos con una edad de 28 días. Esta variación automáticamente genera que las deformaciones de entrepiso calculadas mediante modelos numéricos sean diferentes a las reales. En Gallego M. y Sarria A. (2006), se menciona que estudios de confiabilidad han establecido que los resultados de los modelos numéricos pueden dar errores de hasta el 30% de la estimación real de los desplazamientos (y por ende de la deformación de entrepiso) de un edificio. Sin embargo, para el caso específico de Bogotá no se han encontrado muchas publicaciones que muestren dicha variación (a excepción de Muñoz E., Ruiz D. y Prieto J., 2005 y Prieto J., Muñoz E., Ruiz D. y Ramos A., 2005); siendo este el objetivo del trabajo que se presentará en los siguientes párrafos.

## 2. Variabilidad de $f'c$ y de $E$ para el concreto de Bogotá

Las propiedades de los materiales no tienen valores exactos, razón por la cual siempre existe dispersión y variabilidad.

*Accordingly, the most important parameters employed by estimator engineers for reinforced concrete buildings design are: elasticity modulus ( $E$ ), concrete compression resistance at 28 days ( $f'c$ ), reinforced concrete yield strength ( $F_y$ ), the geometry of structural elements and their loads. By simultaneously taking in to account such variables, buildings are designed in accordance with the existing regulations AIS (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica), 2010.*

*The most significant variable for stiffness allocation, as well as for sections sizing of structural elements is the concrete elasticity modulus, resulting from concrete curve tension v/s deformation, which tends to be a parabola rather than a straight line. In the case of Colombian regulation, the NTC4025. Norma Técnica Colombiana (ICONTEC) 2005; number represents the definition of the elasticity modulus. In spite of such non-linearity, the modulus becomes integral and linear part of the whole stiffness matrix in any designed building. As a result, any elasticity modulus increase represents - in the same proportion - a reduction of the achieved displacements and deformation of the interstory. In the particular case of Bogotá, the elasticity modulus becomes significantly important, considering that the framed buildings design (or having dual systems) is normally controlled, so that interstory deformations do not achieve more than 1% of the interstory height. In the present research every time an interstory deformation is mentioned, it shall be understood as the ratio (percentage) existing between the displacements of two consecutive story and the interstory height.*

*According to reference Gallego M. y Sarria A. (2006), the elasticity modulus variation increases the uncertainty of the structural system stiffness. As per the reference Ruiz D., Vacca H. y León M (2007), for the case of Bogotá and 21MPa concrete, concrete can have an elasticity modulus varying from 7500MPa to 22500MPa at the age of 28 days. Such variation automatically causes that interstory deformations, calculated by means of numerical models, be different to the actual ones. Gallego M. y Sarria A. (2006), indicates that reliability studies have established that results from numerical models may yield some mistakes, almost 30% higher than the actual estimation for buildings displacements (and therefore, interstory deformation). However, in the particular case of Bogotá there are few publications showing such variation (excepting Muñoz E., Ruiz D. y Prieto J., 2005 y Prieto J., Muñoz E., Ruiz D. and Ramos A., 2005); therefore this is the purpose of the present research to be presented in the following paragraphs.*

## 2. Variability of $f'c$ and $E$ for concrete in Bogotá

*The material properties do not have an accurate value; therefore, there is always some kind of dispersion and variability.*

Así mismo los procedimientos de fabricación y curado del concreto (de los cilindros y de los mismos elementos estructurales) tienen un efecto en su resistencia a la compresión y en su módulo de elasticidad. Debe aclararse que en el presente estudio el 92.6% de los cilindros ensayados corresponden a cilindros de concreto cuyas condiciones de curado fueron controladas por un Laboratorio de Ensayo que cumple la norma ISO 17025 (norma de sistemas de gestión de calidad para Laboratorios de Ensayo). El 7.4% restante corresponde a ensayos realizados sobre núcleos de concreto extraídos de estructuras existentes.

A pesar de la amplia variabilidad de las características mecánicas del concreto utilizado en Colombia, existen pocos estudios en los que se relacione la variabilidad de los materiales con el diseño de estructuras de concreto reforzado y su respuesta ante cargas externas.

Con base en lo anterior se recopilaron, únicamente para la ciudad de Bogotá, resultados de  $E$  y de  $f'c$ . En la muestra estadística se incluyen los resultados de ensayos efectuados sobre cilindros estándar (de 150 mm de diámetro y 300 mm de altura) así como sobre núcleos extraídos de estructuras existentes con diámetros variables entre 50 mm y 76 mm. Los ensayos fueron hechos como lo estipula la norma NTC4025. Norma Técnica Colombiana (ICONTEC) (2005). Aunque en Colombia las normas técnicas de ensayo y los procedimientos de control de calidad recomiendan hacer pruebas en el concreto a los 28 días de edad, la muestra estadística usada en el presente estudio incluye 1.7 % de datos de concretos evaluados a una edad inferior a los 28 días. La gran mayoría de los resultados disponibles de módulo de elasticidad y la resistencia a la compresión se tomaron de los reportes de ensayos realizados entre los años 2005 y 2010 del Laboratorio de Pruebas y Ensayos del Departamento de Ingeniería Civil de la Pontificia Universidad Javeriana. Es importante mencionar que el ensayo de módulo de elasticidad está incluido dentro de la resolución de acreditación de dicho Laboratorio (09-Lab-023). La base de datos contiene resultados de 1566 ensayos para la determinación simultánea de  $f'c$  y  $E$ .

En las Figuras 1a y 1b se presentan los datos estadísticos para  $f'c$  y para  $E$ . En dichas gráficas se muestra también la función de distribución de probabilidad que más se ajusta a las variables estudiadas. Para la determinación de dichas distribuciones se usó la técnica de bondad del ajuste de Kolmogorov-Smirnov. En la Tabla 1 se muestran las principales características tanto de las funciones de ajuste como de la muestra estadística.

Por su parte en la Figura 1c se muestra la línea de ajuste que relaciona el módulo de elasticidad (ordenadas) con la raíz cuadrada de la resistencia a la compresión con su respectivo  $R^2$  el cual es de 0.46. Simultáneamente se muestran las líneas que definen el intervalo de confianza (al 99 %) de la ecuación de ajuste por mínimos cuadrados. Es obvio que en la zona en donde hay menos datos la incertidumbre crece de forma importante ( $f'c^{0.5} < 4$  y  $f'c^{0.5} > 6$ ). Obsérvese también que la curva sugerida por la normativa vigente ( $4700 \cdot f'c^{0.5}$ ) está muy por encima de la ecuación de ajuste para los concretos bogotanos que se observa en la figura, ya que el coeficiente que multiplica a  $f'c^{0.5}$  (4700 en MPa) es un 39% inferior al valor de la regresión estadística (3386 en MPa).

Similarly, concrete manufacturing and curing processes (cylinders and structural elements) affect concrete compression strength and its elasticity modulus. It must be indicated that in the present research 92.6% of tested cylinders correspond to concrete cylinders, which curing conditions were controlled by a Test Laboratory fulfilling the standard ISO 17025 (standard for quality management systems in Test Laboratories). The remaining 7.4% corresponds to tests developed on concrete cores extracted from existing structures.

In spite of the wide variability of mechanical characteristics of concrete employed in Colombia, there are few research studies relating the material variability with the design of reinforced concrete structures and its response to external loads.

Consequently,  $E$  and  $f'c$  results were compiled for Bogota city only. The statistical sample includes test results developed on standard cylinders (150 mm diameter and 300 mm height) and the results for cores extracted from existing structures with varied diameters ranging from 50 mm to 76 mm. Tests were done in accordance with the valid regulation NTC4025. Norma Técnica Colombiana (ICONTEC) (2005). Although the test technical regulations and the quality control procedures in Colombia recommend testing concrete at 28 days of age, the statistical sample employed by the current research includes 1.7% data of concretes assessed at an age inferior to 28 days. Most available results for elasticity modulus and compression strength were drawn from test reports developed between years 2005 and 2010, at the Test and Trial Laboratory of the Civil Engineering Department of the Pontificia Universidad Javeriana. It is worthwhile mentioning that the elasticity modulus test is included in the accreditation resolution of such Laboratory (09-Lab-023). Data base contains the results from 1566 trials for simultaneous determination of  $f'c$  and  $E$ .

Figure 1a and 2b present statistical data for  $f'c$  and  $E$ , such graphs also show the probability distribution function, which is mostly adjusted to the studied variables. For the determination of such distributions, the goodness-of-fit test by Kolmogorov-Smirnov was employed. Table 1 shows the main characteristics of goodness-of-fit function as well as the characteristics of the statistical sample.

Figure 1c shows the line of adjustment that relates the elasticity modulus (y-axis) with the square root of compression strength to the respective  $R^2$ , which is 0.46. The lines defining the confidence interval (at 99%) of the adjustment equation per least squares are simultaneously showed. It is quite obvious that in the zone showing fewer data, uncertainty significantly increases ( $f'c^{0.5} < 4$  and  $f'c^{0.5} > 6$ ). Please note that the curve suggested by the regulation in force ( $4700 \cdot f'c^{0.5}$ ) is quite higher than the adjustment equation suggested for Bogota's concretes observed in the figure, since the coefficient that multiplies  $f'c^{0.5}$  (4700 MPa) is 39% lower than the value of the statistical regression (3386 MPa).

A manera de comparación, en el año 2008 el Laboratorio de Pruebas y Ensayos participó en un interlaboratorio con otros 5 laboratorios de Bogotá organizado por la presidencia de ACI seccional Colombiana. Con esos datos (sólo 17 datos, pero de varios laboratorios) se estimó una regresión promedio de  $3365 \cdot f'c^{0.5}$ , muy similar a la obtenida en el presente estudio. Aunque en la referencia AIS. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (2010), se deja la opción de usar valores de E inferiores, queda únicamente como una simple sugerencia que muchos calculistas nunca usarán.

*As a cooperative activity, in the year 2008 the Test and Trial Laboratory participated in a teamwork study with some other 5 Laboratories in Bogota, organized by the Chair of ACI seccional Colombiana. From such data (only 17 records, from several laboratories), an average regression was calculated in  $3365 \cdot f'c^{0.5}$ , which is quite similar to the one obtained by the present research. Although the reference AIS. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (2010), is open to the option of using lower E values, it is only a suggestion that many estimators will never employ.*

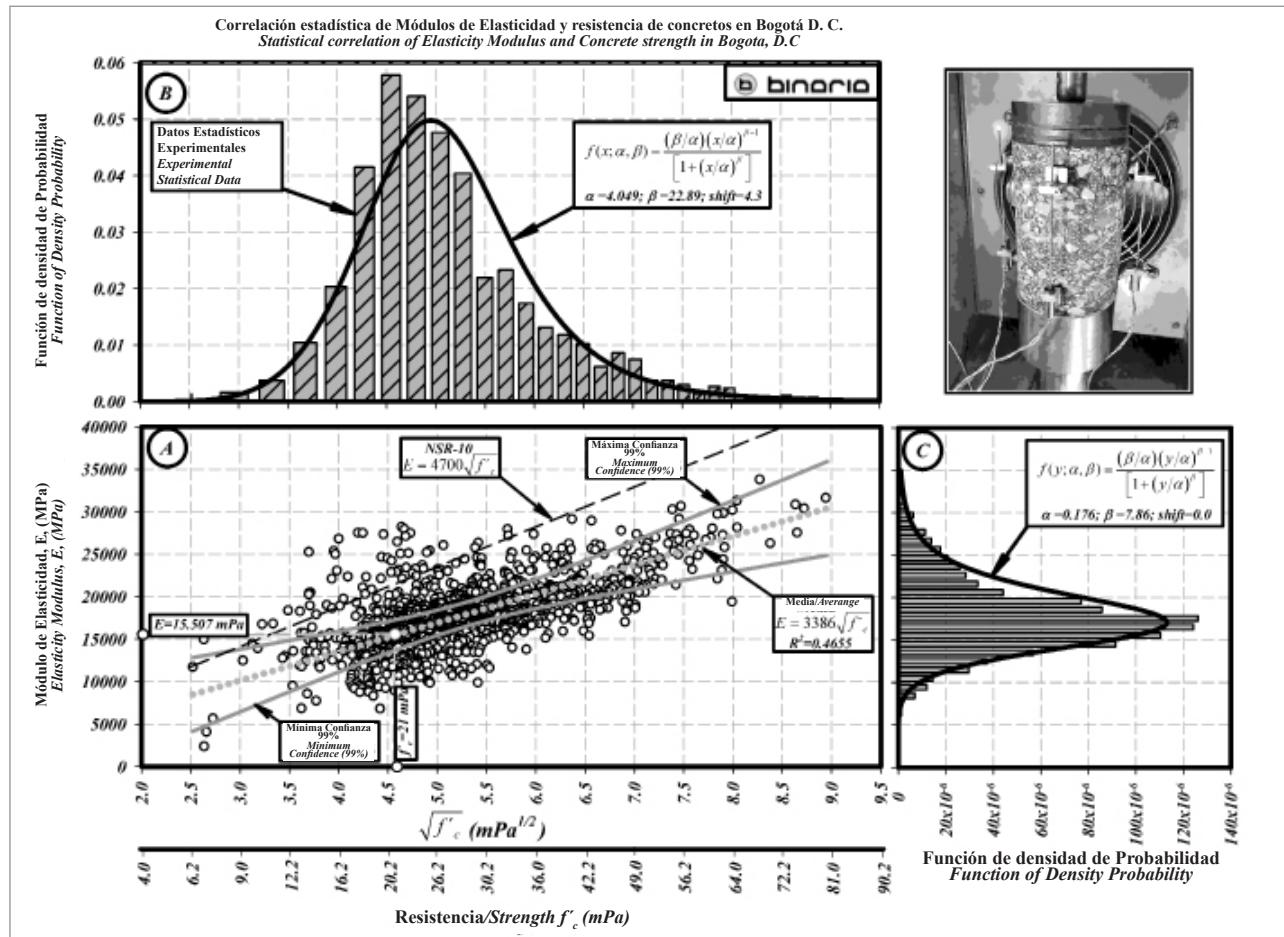


Figura 1. a) Distribución ajustada a los datos de  $f'c$  b) Distribución ajustada a los datos de E c) Regresión estadística para E en función de  $(f'c)^{1/2}$  y E

Figure 1. a) Distribution adjusted to  $f'c$  data; b) Distribution adjusted to E data; c) Statistical regression for E in function of  $(f'c)^{1/2}$  and E

Tabla 1. Datos estadísticos de las variables E y  $f'c$

Table 1. Statistical data of variables E and  $f'c$

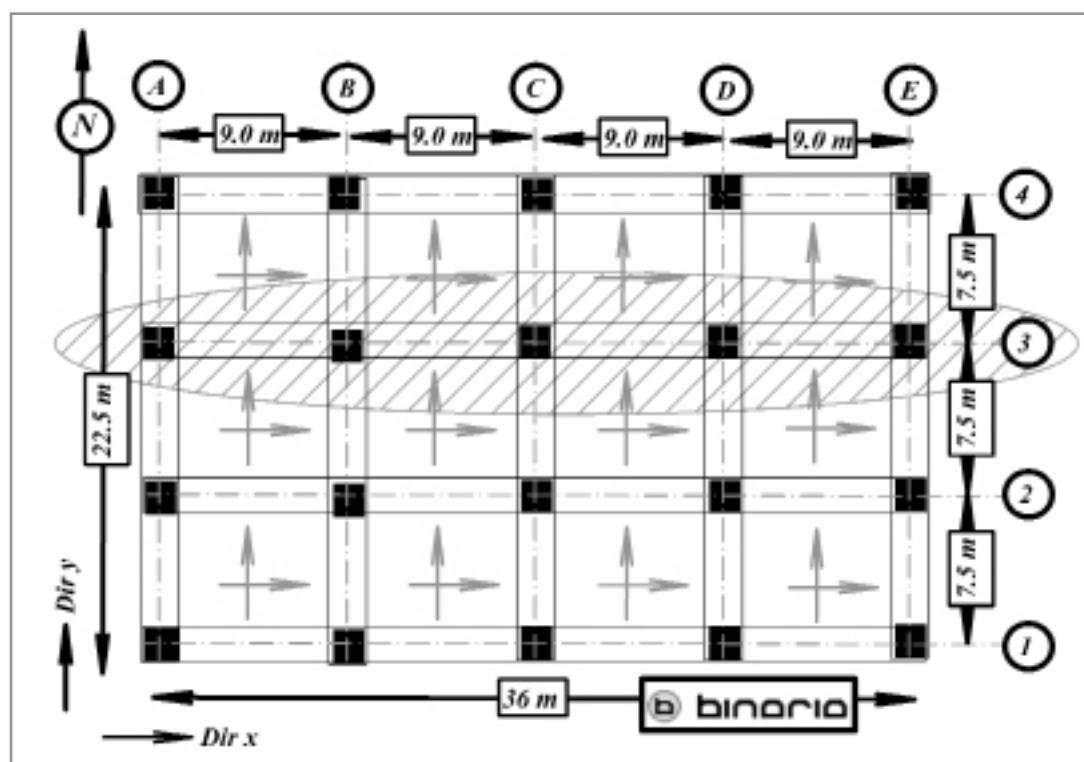
| DISTRIBUCIÓN AJUSTADA/ ADJUSTED DISTRIBUTION | E                          |                           | $f'c$                          |                           |
|--|----------------------------|---------------------------|--------------------------------|---------------------------|
|  | Loglogistic (0,1765,7.851) |                           | Loglogistic (4.049,22.82,4.30) |                           |
| PARÁMETRO/ PARAMETER                         | Datos/Data                 | Distribución/Distribution | Datos/Data                     | Distribución/Distribution |
| MÍNIMO/ MINIMUM                              | 2373.1 MPa                 | 0                         | 6.4 MPa                        | 4.0                       |
| MÁXIMO/ MAXIMUM                              | 33770.7 MPa                | Infinito/Infinite         | 80.3 MPa                       | Infinito/Infinite         |
| MEDIA/ AVERAGE                               | 18073.4 MPa                | 18129.7 MPa               | 29.2 MPa                       | 29.0                      |
| DESVIACIÓN ESTÁNDAR/ STANDARD DEVIATION      | 4149.4 MPa                 | 4329.6 MPa                | 11.1 MPa                       | 11.9                      |
| ASIMETRÍA/ ASIMETRY                          | 0.5                        | 1.3                       | 1.4                            | 3.5                       |
| KURTOSIS                                     | 3.8                        | 8.6                       | 5.5                            | 107.3                     |
| No DE DATOS/ Nr. OF DATA                     | 1566                       | ----                      | 1566                           | ----                      |

### 3. Edificaciones a analizar

Las edificaciones diseñadas en esta investigación obedecen a una planta típica de una estructura estudiada en los años 90's para hacer los balances económicos de las edificaciones diseñadas con la norma AIS. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (1998), NSR-98 (Véase la Figura 2). Las edificaciones de planta constante para comparación, son simétricas, no tienen irregularidades en altura ni en planta, no tienen reducción de secciones con la altura, cambios de materiales o sus propiedades y tampoco defectos como columnas cortas o pisos bajos débiles. Corresponde a edificaciones ideales que en la realidad son difíciles encontrar, pero que se usaron en esta investigación para fines de comparación y evaluación del impacto real de la nueva normativa en el diseño de las edificaciones, y no, del impacto de los defectos eventuales en el desempeño estructural. Se realizó el diseño del pórtico tridimensional y se usó para el análisis del presente trabajo el pórtico del eje 3. Dicho pórtico tiene 5 pisos, con luces de 9 metros y altura de entrepiso de 3 m como se muestra en la Figura 3. Las características de los materiales usados fueron extraídos de la referencia AIS. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (1998):  $f_c=28 \text{ MPa}$ ,  $F_y=420 \text{ MPa}$ ,  $\gamma_{concrete}=24 \text{ kN/m}^3$ . Para realizar el análisis, se tomaron dos casos extremos de respuesta local del suelo de acuerdo con la referencia FOPAE (Fondo de prevención y atención de emergencias) (2012), a la luz de la nueva microzonificación sísmica de Bogotá: Piedemonte B y Lacustre-500. Los espectros de estas zonas se muestran en la Figura 4. La carga muerta de diseño fue de  $7.78 \text{ kN/m}^2$  a excepción de la cubierta diseñada con  $3.34 \text{ kN/m}^2$ . La carga viva de diseño fue de  $1.8 \text{ kN/m}^2$ .

### 3. Buildings to be assessed

*Buildings designed by this research job, correspond to a typical structure plan studied during the 90's, so as to economically assess buildings designed under regulation AIS. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (1998), NSR-98 (see Figure 2). Constant framing plan buildings under comparison are symmetrical; they show no irregularities either in height or in frame; they do not have height sections reductions, change of materials or their properties, or they do not have defective parts such as short columns or weak lower floors. They are great buildings, which are actually difficult to find. However, they were employed in this research for comparative and assessment purposes, but not to evaluate the effect of occasional defects on the structure behavior. A three-dimensional frame was developed and, the 3-axis frame was employed for the analysis in the current research job. Such frame has 5 floors, with spans of 9 meters and story height of 3 meters, as shown on Figure 3. The characteristics of materials employed were drawn from reference number AIS. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (1998):  $f_c=28 \text{ MPa}$ ,  $F_y=420 \text{ MPa}$ ,  $\gamma_{concrete}=24 \text{ kN/m}^3$ . In order to conduct the analysis, two extreme cases showing local soil response in accordance with the reference FOPAE (Fondo de prevención y atención de emergencias) (2012), were considered, in the light of the new seismic micro-zoning in Bogota: Foothill B and Lake Plateau-500. Such areas spectrums are shown on Figure 4. Design dead load was  $7.78 \text{ kN/m}^2$ , except for the deck designed with  $3.34 \text{ kN/m}^2$ . Design live load was  $1.8 \text{ kN/m}^2$ .*



**Figura 2.** Planta Típica adaptada de García L. E. (1996)  
**Figure 2.** Typical Framing plan adapted from García L. E. (1996)

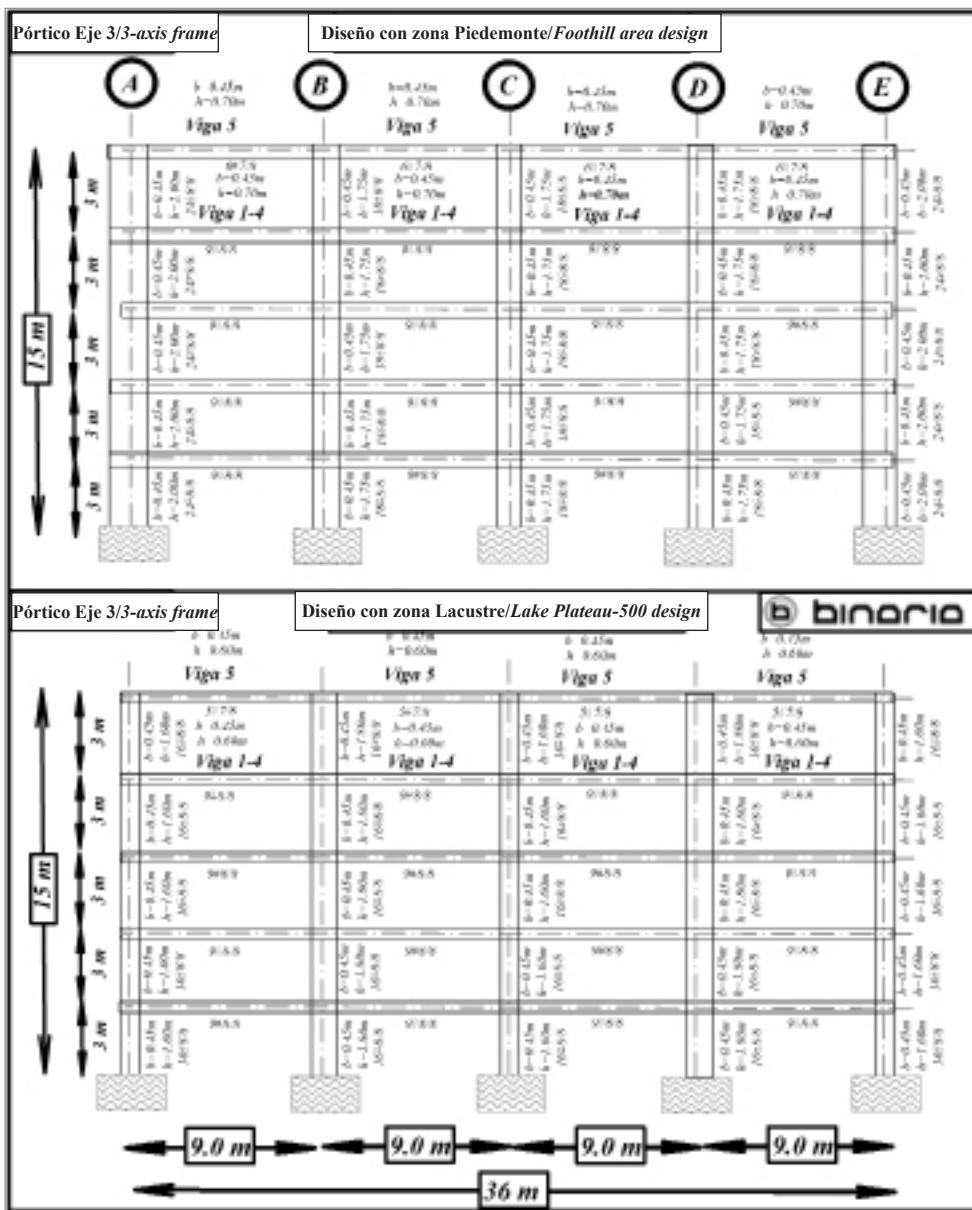


Figura 3. Pórtico eje 3 a) Diseño espectro Piedemonte B b) Diseño espectro Lacustre500

Figure 3. 3 axis frame a) Foothill spectrum design b) Lake Plateau-500 spectrum design

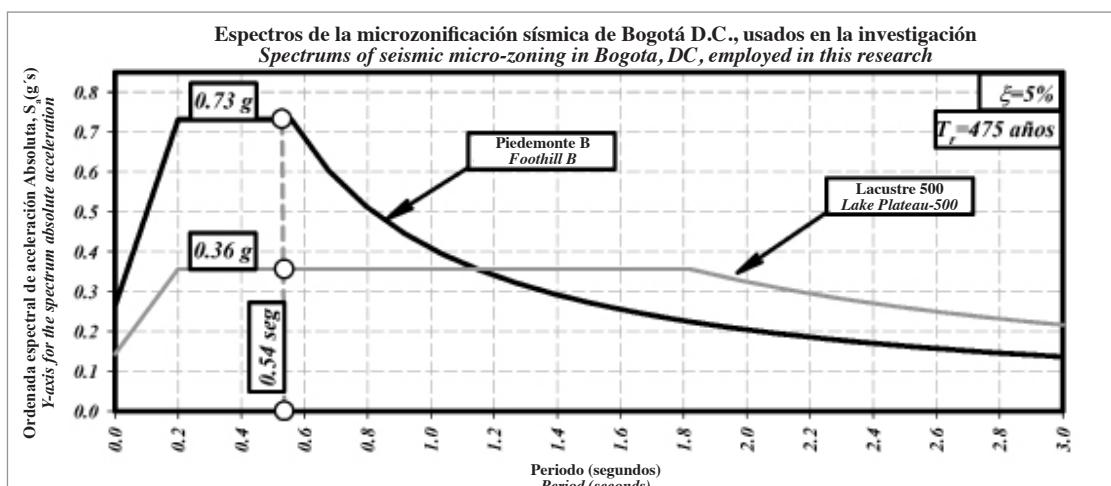


Figura 4. Espectros de diseño usados

Figure 4. Employed spectrum designs



Con base en las anteriores características se establecieron las dimensiones de elementos estructurales (véase la Tabla 2 en conjunto con la Figura 3) que garantizan el cumplimiento de los requisitos de resistencia y flexibilidad (deformación de entrepiso de diseño < 1%) de la NSR-10. El diseño se hizo con base en la Fuerza Horizontal Equivalente. Las deformaciones de entrepiso de diseño fueron cercanas a 0.9%.

Based on such characteristics, structural elements dimensions were established (See Table 2 and Figure 3), which ensure the fulfillment of strength and flexibility requirements by NSR-10 (design of interstory deformation < 1%). Design was developed based on the Equivalent Horizontal Force. Designed interstory deformations were close to 0.9%.

**Tabla 2.** Dimensiones de elementos estructurales

**Table 2.** Structural elements dimensions

| ESPECTRO DE DISEÑO/ DESIGN SPECTRUM |                                |   |                         |   |
|-------------------------------------|--------------------------------|---|-------------------------|---|
|                                     | LACUSTRE 500/ LAKE PLATEAU 500 |   | PIEDEMONT B/ FOOTHILL B |   |
| ELEMENTO/ELEMENT                    | Dimensiones/ Dimensions        | Refuerzo en nudos/ Nodes reinforcement      | Dimensiones/ Dimensions | Refuerzo en nudos/ Nodes reinforcement      |
| <b>VIGA 5/ SLAB 5</b>               | 0.45 m x 0.6 m                 | 5 No 7 arriba y abajo/ 5 Nr 7 upper & lower | 0.45 m x 0.7 m          | 6 No 7 arriba y abajo/ 6 Nr 7 upper & lower |
| <b>VIGA 1-4/ SLAB 1-4</b>           | 0.45 m x 0.6 m                 | 9 No 8 arriba y abajo/ 9 Nr 8 upper & lower | 0.45 m x 0.7 m          | 9 No 8 arriba y abajo/ 9 Nr 8 upper & lower |
| <b>COL EJE A/ COL AXIS A</b>        | 1.6 m x 0.4 m                  | 16 No 8                                     | 2.0 m x 0.45 m          | 24 No 8                                     |
| <b>COL EJE B/ COL AXIS B</b>        | 1.8 m x 0.45 m                 | 16 No 8                                     | 0.45 m x 1.75 m         | 18 No 8                                     |
| <b>COL EJE C/ COL AXIS C</b>        | 0.45 m x 1.6 m                 | 16 No 8                                     | 0.45 m x 1.75 m         | 18 No 8                                     |
| <b>COL EJE D/ COL AXIS D</b>        | 1.8 m x 0.45 m                 | 16 No 8                                     | 0.45 m x 1.75 m         | 18 No 8                                     |
| <b>COL EJE E/ COL AXIS E</b>        | 1.6 m x 0.45 m                 | 16 No 8                                     | 2.0 m x 0.45 m          | 24 No 8                                     |

## 4. Simulaciones numéricas

Conociendo la variabilidad de las características mecánicas del concreto, se generaron 1500 valores aleatorios para la resistencia a la compresión del concreto ( $f'_c$ ) y con estos valores se utilizó la regresión de la Figura 1c para determinar 1500 valores de módulo de elasticidad del concreto. Las distribuciones de probabilidad de estas dos variables ( $f'_c$  y E) son LogLogística, sin embargo, para la generación de los números aleatorios se consideró, para las dos variables, una distribución Normal. De acuerdo con González V., Botero J. C., Rochel R., Vidal J., Álvalrez M. (2005), los valores que caracterizan la curva tensión-deformación, se consideran variables continuas, por lo cual se puede buscar una aproximación de ajuste a una distribución normal. Por otro lado, de acuerdo con las referencias Mays L, Tung Y. (1992); Ang A. H.-S. (1973) y Sánchez Mauricio (2004), es posible realizar las simulaciones y análisis de confiabilidad aún para funciones de distribución de probabilidad diferentes a la normal con resultados satisfactorios.

Cada uno de estos 1500 valores de módulo de elasticidad se asignó a cada uno de los dos modelos de edificaciones diseñadas con los espectros de Piedemonto B y Lacustre 500; con el fin de realizar las simulaciones para la obtención de la deformación de entrepiso elástica máxima. No se incluyó en los análisis cargas vivas y muertas debido a que no tienen una marcada influencia en la deformación. La deformación de entrepiso elástica se obtuvo para dos tipos de carga: un análisis elástico modal espectral (AME) y un análisis basado en la fuerza horizontal equivalente (FHE) usada en el diseño de cada edificación; para un total de 6000 simulaciones (1500 por edificio y por tipo de análisis).

## 4. Numerical simulations

After achieving the characteristics of concrete mechanical variations, 1500 random values were created for concrete compression strength ( $f'_c$ ). Such values were employed for the regression shown on Figure 1c, so as to determine 1500 concrete elasticity modulus values. Probability distributions of these two variables ( $f'_c$  and E) correspond to LogLogistic. However, a Regular distribution was employed to create the random values for the two variables. According to González V., Botero J. C., Rochel R., Vidal J., Álvalrez M. (2005), the values representing the tension-deformation curve are considered as steady variables, therefore, it is possible to find out an adjustment approximation to a regular distribution. On the other hand, according to references Mays L, Tung Y. (1992); Ang A. H.-S. (1973) and Sánchez Mauricio (2004), it is possible develop a simulation and reliability analysis, even for probability distribution functions, which are different to the regular one, but achieving satisfactory results.

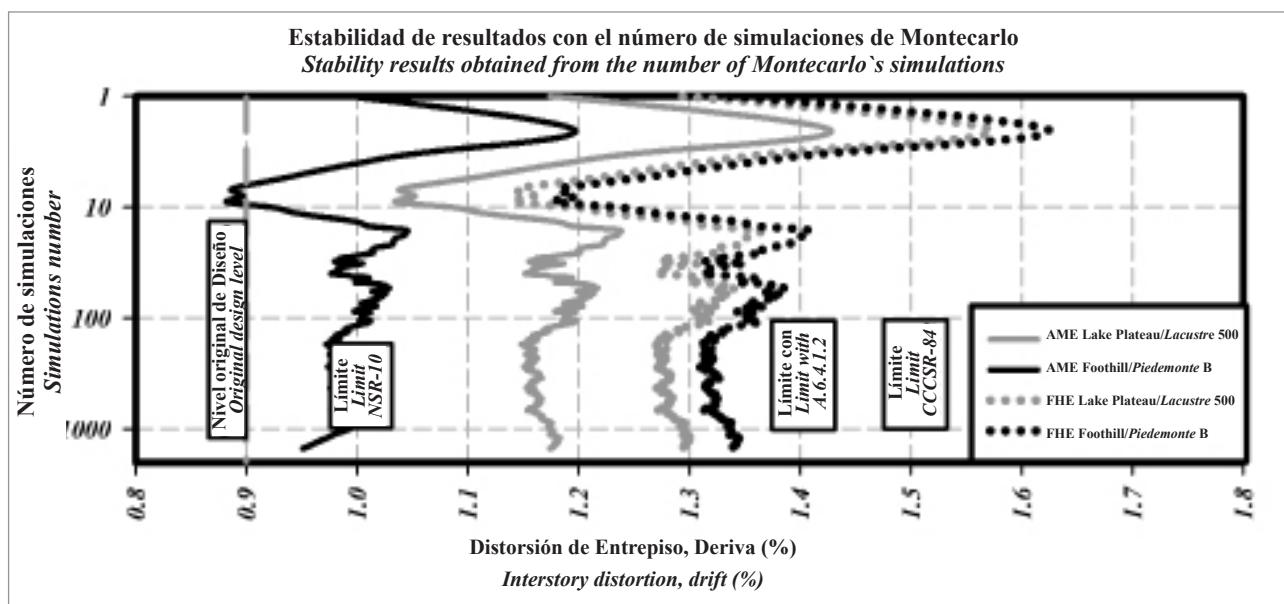
Each one of these 1500 elasticity modulus values were related to the two models of buildings designed with Foothill B and Lake Plateau 500 spectrums, so as to develop simulations to achieve the story maximum elastic deformation. The analyses of live loads and dead loads were not included, since they have no significant effect on deformation. The interstory elastic deformation was obtained for two loads types: spectral modal elastic analysis (AME) and an analysis based on the equivalent horizontal force (FHE) employed for the design of each building, for a total of 6000 simulations (1500 per building and per type of analysis).

Para llevar a cabo esto se utilizó la interfaz que tiene el programa SAP2000 (CSI. Computers and Structures Inc., 2007) para manejar la mayoría de sus comandos desde la aplicación Visual Basic de Excel. Con esto se realizó una programación en la que se cambiaba el valor del módulo de elasticidad del concreto y el  $f_c$  en el modelo del pórtico plato realizado en SAP2000 y se guardaban los resultados en Excel. Las estadísticas y los diagramas de frecuencia de las deformaciones máximas de entrepiso se evaluaron mediante herramientas estadísticas para ajustarle posteriormente las funciones de distribución de probabilidad más adecuadas como se hizo con las propiedades mecánicas del concreto.

Con el fin de establecer si la muestra estadística de 1500 puntos era confiable para estimar cada una de las cuatro deformaciones de entrepiso analizadas (dos espectros de diseño y dos tipos de análisis), se presenta en la Figura 5 la evolución de las deformaciones elásticas de entrepiso para diferentes simulaciones, en donde se hace evidente que a partir de 200 simulaciones los valores medios de las deformaciones estimadas se mantienen aproximadamente constantes. Las deformaciones de entrepiso de los dos edificios diseñados y los dos análisis tienen un comportamiento similar puesto que se analizaron los mismos 1500 datos de  $f_c$  y  $E$  para las edificaciones. Por otro lado, la desviación estándar de las muestras analizadas tuvo un comportamiento similar.

*In order to conduct these simulations, an interface built in the SAP2000 (CSI. Computers and Structures Inc., 2007) software was employed, in order to operate most commands by means of the Visual Basic application by Excel. Afterwards a program was created to replace the elasticity modulus and the  $f_c$  values in the framing plane developed by SAP200 and results were stored by using Excel. The statistics and frequency diagrams of maximum interstory deformations were assessed by means of statistic tools, so as to later adjust the most adequate probability distribution functions, just as it was done with concrete mechanical properties.*

*In order to establish if the statistical sample including 1500 values was reliable for the calculation of the four analyzed interstory deformations (two design spectrums and two analysis types); the Figure 5 presents the evolution of the interstory elastic deformation for different simulations, where it is quite clear that from 200 simulations on, the average values of calculated deformations are kept quite steady. Interstory deformations of the two designed buildings and of the two analyses have a similar behavior, since the same 1500  $f_c$  and  $E$  values were assessed for the buildings. On the other hand, standard deviation of the analyzed samples had a similar behavior.*



**Figura 5.** Comportamiento de la deformación de entrepiso en función del número de simulaciones

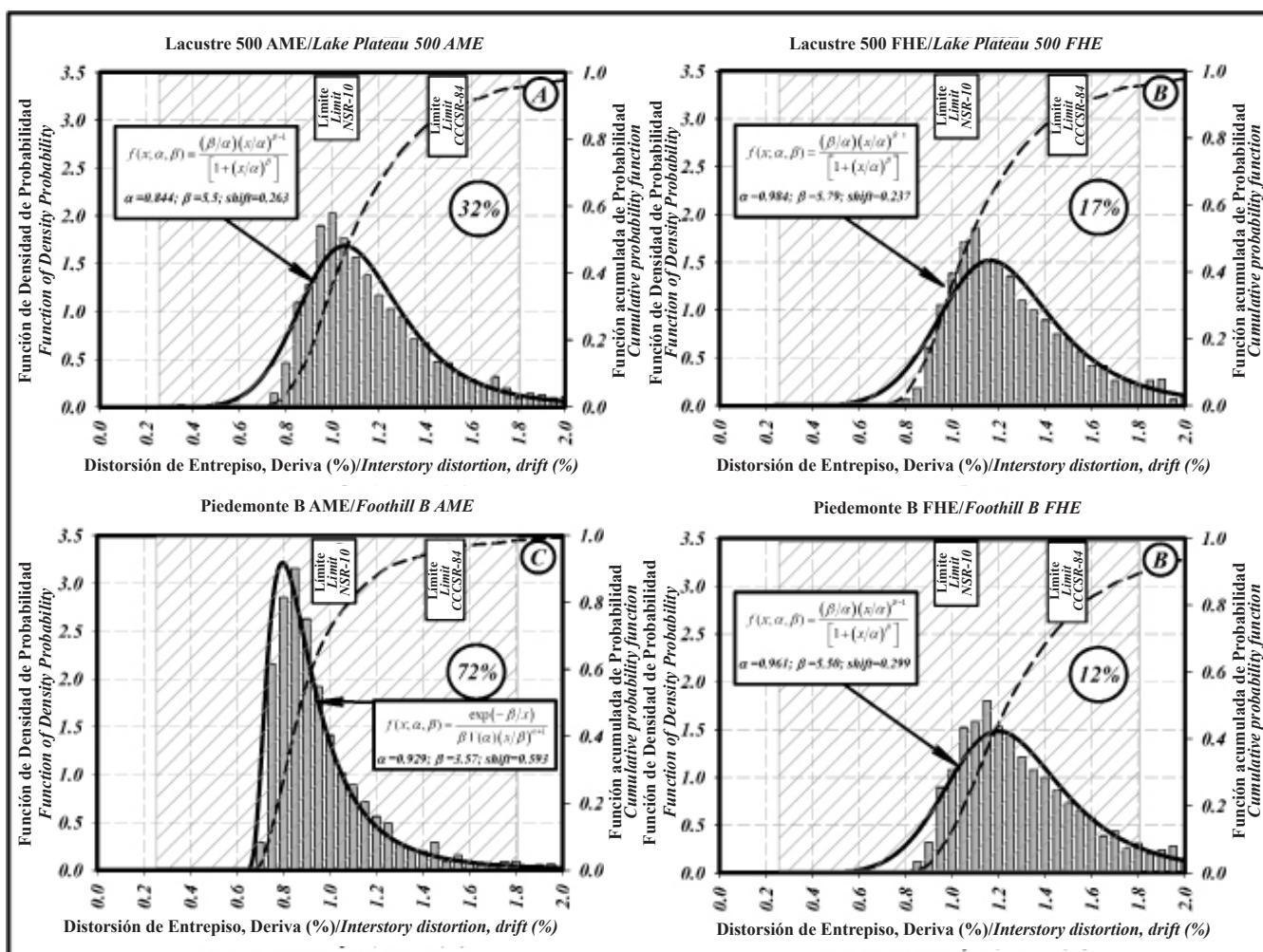
**Figure 5.** Behavior of interstory deformation as a function of the number of simulations

En la Figura 6 se presentan los resultados de las simulaciones realizadas para cada uno de los dos edificios (diseñado con Lacustre 500 y diseñado con Piedemonte B) y sometidos a cargas derivadas de FHE y de AME. En la Tabla 3 se muestran los parámetros estadísticos de la muestra y las funciones de distribución de probabilidad ajustadas de acuerdo con la técnica de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov. Así mismo se muestra en cada caso la probabilidad de que las deformaciones de entrepiso de la muestra estadística sea inferior al límite del 1% (edificios con un adecuado comportamiento).

*Figure 6 shows the results of simulations carried out for both buildings (Lake Plateau 500 design and Foothill B design), which were subject to derivative loads FHE and AME. Table 3 shows the sample statistical parameters and the probability distribution functions adjusted in accordance with the goodness-of-fit test by Kolmogorov-Smirnov. At the same time, each case shows the probability that the statistical sample of interstory deformations be lower than 1% limit (buildings showing an adequate behavior).*

Como era de esperarse, las deformaciones promedio calculadas en todos los casos analizados son superiores a las deformaciones de entrepiso de diseño que fueron de 0.9% y 0.91%. Así mismo las deformaciones estimadas con la FHE son superiores en ambos casos a las estimadas con base en AME; ya que en AME se tiene en cuenta los periodos, los modos de vibración y los factores de participación modal, no siendo así en el análisis de FHE. Es importante analizar que la función de distribución de probabilidad del edificio diseñado con el espectro de Piedemonte B y para AME presenta un comportamiento diferente a las otras tres. Esto debido a que los cambios de periodo asociados con los cambios de E hacen que la aceleración espectral varíe entre la zona de aceleración constante y la zona en donde decrece la aceleración espectral con el periodo. En el AME del edificio diseñado en la zona Lacustre 500 la plataforma con aceleración constante del espectro va hasta periodos de 2 segundos, manteniéndose constante la fuerza aplicada al igual que en los análisis de FHE.

As expected, the calculated average deformations, for each assessed case, are higher than designed interstory deformation: 0.9% and 0.91%. Similarly, calculated deformations by means of FHE are higher than the ones calculated by means of AME, for both cases. This is so because AME deformations take into account the periods of time, vibration modes and modal participation factors contrarily to FHE analysis. It is worthwhile mentioning that the probability distribution function of buildings designed by means of Foothill B spectrum for AME shows a different behavior compared to the other three ones. Therefore, the changes of associated periods together with E changes make the spectral acceleration vary between the steady spectral acceleration zone and the zone where spectral acceleration decreases in the course of time. In the building AME designed in Lake Plateau 500 area, the steady spectral acceleration runs up to periods of 2 seconds, keeping the applied strength steady in the same way as FHE analyses do.



**Figura 6.** Análisis estadísticos y funciones de distribución de probabilidad ajustada para la deformación de entrepiso de los dos edificios diseñados (con Piedemonte B y con Lacustre 500) y para análisis modal espectral y para fuerza horizontal equivalente

**Figure 6.** Statistical analysis and adjusted probability distribution functions for interstory deformation on both designed buildings (Foothill B and Lake Plateau 500); spectral mode analysis and equivalent horizontal force

Al promediar la deformación de entrepiso media obtenida con FHE y AME para ambos edificios es claro que supera en un 31% la deformación de diseño que fue aproximadamente de 0.9%. Esto trae como consecuencia que en el peor de los casos sólo el 12% de la muestra estadística (para FHE y para el edificio diseñado en Piedemonte B) cumplan con una deformación de entrepiso máxima de 1%. Lo anterior es consistente con que el coeficiente de asimetría en todos los casos indica que las funciones de distribución tienen la tendencia hacia valores superiores al límite del 1%.

De la misma manera los intervalos de confianza asociados con  $\mu \pm 2\sigma$  (confianza del 95% aproximadamente) presentan valores de deformación de entrepiso que en muchos casos pueden llegar a ser hasta del 2%. Estos valores son el doble de la deformación de entrepiso de diseño, lo cual implica que muy seguramente los edificios diseñados con la nueva NSR-10 presentarán mayores niveles de daño que los diseñados con la NSR-98. Así mismo, de acuerdo con análisis no lineales de pushover presentados en Borrero (2011), para niveles de deformación superiores a 1.4 % diversos elementos estructurales pueden presentar rótulas con daños superiores al de ocupación inmediata y al de límites de seguridad a la vida.

*When averaging interstory deformation obtained from FHE and AME in both buildings, it is quite clear that they exceed in 31% the design deformation, which was 0.9% approximately. Consequently, in the worst of the cases only the 12% of the statistical sample (FHE and Foothill B designed building) meet a maximum interstory deformation of 1%. Above is consistent with the asymmetry coefficient in all cases, indicating that distribution functions tend to achieve values higher than the limit established in 1%.*

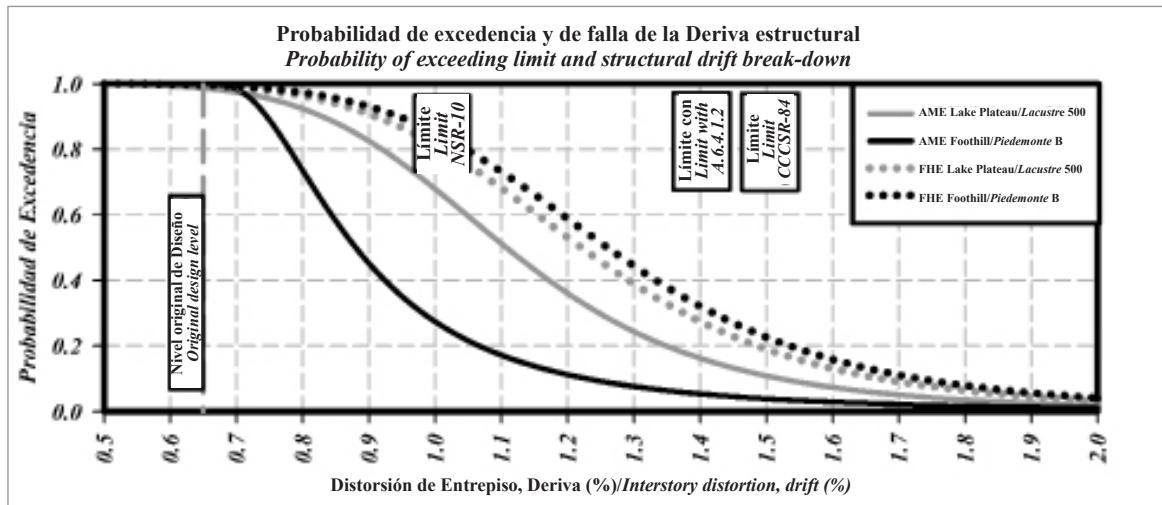
*Similarly, confidence intervals associated with  $\mu \pm 2\sigma$  (95% confidence approximately) show interstory deformation values that in many cases can achieve up to 2%. These values double the design interstory deformation, which means that buildings designed in accordance with NSR-10 will surely undergo higher damage levels than the ones designed as per NSR-98. In the same way, according to push-over non-linear analyses by Borrero (2011) regarding deformations higher than 1.4%, diverse structural elements might have hinge breakdowns avoiding immediate occupancy and compromising life safety limits.*

**Tabla 3.** Parámetros estadísticos de las deformaciones elásticas de entrepiso estimadas, tanto para la muestra como para las funciones de ajuste  
**Table 3.** Statistical parameters of calculated elastic interstory deformations, for the sample as well as for adjustment functions

|                          |                                | TIPO DE ANÁLISIS/ TYPE OF ANALYSIS  |   |                                      |  |                                      |                           |  |  |
|--------------------------|--------------------------------|---|---|--------------------------------------|--|--------------------------------------|---------------------------|--|--|
| PIEDEMONTE B/ FOOTHILL B | LACUSTRE 500/ LAKE PLATEAU 500 | DEFORMACIÓN DE ENTREPISO DE DISEÑO: 0.90 %<br>DESIGN INTERSTORY DEFORMATIONS :0.90% | MODAL ELÁSTICO ESPECTRAL/SPECTRAL ELASTIC MODAL   |                                      | FUERZA HORIZONTAL EQUIVALENTE/ EQUIVALENT HORIZONTAL FORCE |                                      |                           |  |  |
|                          |                                |   | PARÁMETRO/ PARAMETER                              | DATOS ESTADÍSTICOS/ STATISTICAL DATA | DISTRIBUCIÓN DISTRIBUTION                                  | DATOS ESTADÍSTICOS/ STATISTICAL DATA | DISTRIBUCIÓN DISTRIBUTION |  |  |
|                          |                                |   | DISTRIBUCIÓN AJUSTADA<br>ADJUSTED DISTRIBUTION    | Loglogistic (0.263,0.844,5.50)       |  | Loglogistic (0.237,0.984,5.796)      |                           |  |  |
|                          |                                |   | MÍNIMO/ MINIMUM (%)                               | 0.32                                 | 0.26   | 0.30                                 | 0.24                      |  |  |
|                          |                                |   | MÁXIMO/ MAXIMUM (%)                               | 2.75                                 | Infinito   | 2.95                                 | Infinito                  |  |  |
|                          |                                |   | Media m/ Average m (%)                            | 1.17                                 | 1.16   | 1.29                                 | 1.27                      |  |  |
|                          |                                |   | Coeficiente de Variación<br>Variation coefficient | 28 %                                 | 27%  | 29%                                  | 27%                       |  |  |
|                          |                                |   | Asimetría/ Asymmetry                              | 1.62                                 | 2.09   | 1.58                                 | 1.92                      |  |  |
|                          |                                |   | m +/- 2s (%)                                      | 0.51 a 1.83                          | 1.80   | 0.55 a 2.03                          | 1.95                      |  |  |
|                          |                                | TIPO DE ANÁLISIS/ TYPE OF ANALYSIS  |   |                                      |  |                                      |                           |  |  |
| PIEDEMONTE B/ FOOTHILL B | LACUSTRE 500/ LAKE PLATEAU 500 | DEFORMACIÓN DE ENTREPISO DE DISEÑO: 0.91 %<br>DESIGN INTERSTORY DEFORMATIONS :0.91% | PARÁMETRO/ PARAMETER                              | DATOS ESTADÍSTICOS/ STATISTICAL DATA | DISTRIBUCIÓN DISTRIBUTION                                  | DATOS ESTADÍSTICOS/ STATISTICAL DATA | DISTRIBUCIÓN DISTRIBUTION |  |  |
|                          |                                |   | DISTRIBUCIÓN AJUSTADA<br>ADJUSTED DISTRIBUTION    | Pearson5 (3.57,0.929,Shift(0.593))   |  | Loglogistic (0.299,0.961,5.50)       |                           |  |  |
|                          |                                |   | MÍNIMO/ MINIMUM (%)                               | 0.67                                 | 0.59   | 0.36                                 | 0.30                      |  |  |
|                          |                                |   | MÁXIMO/ MAXIMUM (%)                               | 2.20                                 | Infinito   | 3.13                                 | Infinito                  |  |  |
|                          |                                |   | Media/ Average (%)                                | 0.95                                 | 0.96   | 1.34                                 | 1.31                      |  |  |
|                          |                                |   | Coeficiente de Variación<br>Variation coefficient | 25%                                  | 30%  | 28%                                  | 27%                       |  |  |
|                          |                                |   | Asimetría/ Asymmetry                              | 2.07                                 | 8.81   | 1.62                                 | 2.09                      |  |  |
|                          |                                |   | m +/- 2s  | 0.47 a 1.43                          | 1.54   | 0.58 a 2.10                          | 2.03                      |  |  |

En la Figura 7 se presentan las probabilidades de excedencia asociadas con las funciones de distribución de probabilidad de la Figura 6. De acuerdo con estos datos, en tres de los cuatro casos analizados existe una probabilidad de al menos el 67% de que las deformaciones de entrepiso de diseño de las edificaciones diseñadas con la NSR-10 en Bogotá presenten para el sismo de diseño una deformación de entrepiso superior al 1%.

Figure 7 shows the limit exceeding probabilities associated to the probability distribution functions of Figure 6. In accordance with such figures, in three of the four analyzed cases there is a probability, of at least 67%, that buildings designed as per NSR-10 in Bogota will have an interstory deformation higher than 1% for seismic design.



**Figura 7.** Probabilidad de excedencia de la deformación de entrepiso estructural  
**Figure 7.** Exceeding limit probability for structural interstory deformation

Estos datos son consecuencia directa de que para el caso de los edificios construidos en Bogotá, el hecho de estimar el módulo de elasticidad del concreto a partir de la ecuación  $E=4700\sqrt{f'c}$  (incluida en la NSR-10) claramente induce un aumento del riesgo de daño por sismo en las edificaciones que se han venido diseñando desde enero de 2011.

Such data are the direct consequence of equation  $E=4700\sqrt{f'c}$  (included in the regulation NSR-10) used to estimate the concrete elasticity modulus for buildings constructed in Bogota, which clearly leads to increase seismic damage risk in buildings that are being constructed since January 2011.

## 5. Conclusiones y recomendaciones

De acuerdo con la muestra estadística recopilada por los autores para el concreto de Bogotá, los valores de resistencia a la compresión a los 28 días,  $f'c$ , varían entre 80.3 MPa y 6.4 MPa. Así mismo y considerando el análisis estadístico realizado, la muestra analizada tiene una media de 29.2 MPa y una desviación estándar de 11.1 MPa; y la distribución que mejor se ajusta es una LogLogística.

## 5. Conclusions and recommendations

In accordance with the statistical sample, compiled by the authors for concrete in Bogota, the compression resistance values at 28 days,  $f'c$ , vary between 80.3 MPa and 6.4 MPa. Therefore, considering the present statistical analysis, the assessed sample has an average of 29.2 MPa and a standard deviation of 11.1 MPa. Hence the most adequate distribution is LogLogistic.

Los valores del módulo de elasticidad,  $E$ , de la muestra oscilan entre 33770 MPa y 2373 MPa. La media de la muestra es de 18073 MPa y la desviación estándar es de 4149 MPa. Al igual que con la resistencia a la compresión del concreto, la distribución que mejor se ajusta es una LogLogística.

The sample's elasticity modulus values,  $E$ , vary from 33770 MPa to 2373 MPa. The sample's average is 18073 MPa and standard deviation is 4149 MPa. Similarly to the concrete compression strength, the most adequate distribution is LogLogistic.

La regresión que mejor ajusta  $\sqrt{f'c}$  (con  $f'c$  en MPa) con  $E$  a la luz de los resultados de los ensayos de laboratorio es  $E=3386\sqrt{f'c}$ . Esta estimación es un 39% inferior a la recomendada por la NSR-10, la cual sugiere usar un módulo de  $E=4700\sqrt{f'c}$ .

The most adjusted regression  $\sqrt{f'c}$  (with  $f'c$  in MPa) with  $E$ , in the light of laboratory test results is  $E=3386\sqrt{f'c}$ . Such estimation is 39% lower than the specification suggested by NSR-10, which proposes using an elasticity modulus  $E=4700\sqrt{f'c}$ .

Con un nivel de confianza del 95%, se puede afirmar que la deformación de entrepiso elástica para un pórtico diseñado con materiales de Bogotá y con el espectro de diseño Piedemonte B, puede tomar valores entre 0.47% a 2.1%, teniendo presente que el pórtico fue diseñado para una deformación de 0.91%.

Counting with a confidence level of 95%, it can be stated that elastic interstory deformation for a frame designed from materials in Bogota, using the design spectrum Foothill B, it can achieve values between 0.47% and 2.1%, considering that the frame was designed for a deformation of 0.91%.

Las distribuciones que mejor se ajustaron a los datos estadísticos de las deformaciones máximas de entrepiso tuvieron una asimetría hacia valores de deformación superiores al 1%.

Con un nivel de confianza del 95%, se puede afirmar que la deformación de entrepiso elástica para un pórtico diseñado con materiales de Bogotá y con el espectro de diseño Lacustre 500, toma valores entre 0.51% a 2.03%, teniendo presente que el pórtico fue diseñado para una deformación de entrepiso de 0.90%.

En el peor de los casos analizados, la media de la deformación máxima de entrepiso alcanzada por los pórticos fue 147% la deformación de diseño y en promedio fue 131%.

A la luz de los resultados estadísticos, en promedio 67 de cada 100 edificaciones de cinco pisos construidas en Bogotá con la norma NSR-10 tendrían niveles de deformación de entrepiso mayor al 1% al ser sometidas a las fuerzas sísmicas estimadas con la nueva microzonificación.

*The distribution that best fitted statistical data, for maximum interstory deformations, showed an asymmetry towards deformation values higher than 1%.*

*Counting with a confidence level of 95%, it can be stated that elastic interstory deformation for a frame designed from materials in Bogota, using the design spectrum Lake Plateau 500, it can achieve values between 0.51% and 2.03%, considering that the frame was designed for a deformation of 0.90%.*

*In the worst analyzed case, the average maximum interstory deformation achieved by frames was 147%; and the average design deformation was 131%.*

*In the light of statistical results, 67 out of 100 five-story buildings built in Bogota under regulation NSR-10 would have interstory deformation levels higher than 1%, as they are subject to seismic strengths calculated by means of the new micro-zoning plan.*

## 6. Agradecimientos

Los autores desean agradecer a la Vicerrectoría Académica, a la Facultad de Ingeniería y al Laboratorio de Pruebas y Ensayos de la Pontificia Universidad Javeriana por el suministro de los recursos humanos, la información y los equipos necesarios para desarrollar el proyecto de investigación que dio origen a los resultados presentados en este artículo. Así mismo desean agradecer al Ingeniero Mauricio Gallego por los importantes aportes en las discusiones técnico-científicas desarrolladas durante la fase de análisis de resultados.

## 6. Acknowledgements

*Authors wish to thank the Vice Rectorate of Academic Affairs, the Engineering Faculty and the Tests Laboratory of the Pontificia Universidad Javeriana for providing human resources, the required information and equipment to develop the present research study, which results are hereby presented. At the same time, authors wish to thank the Engineer Mauricio Gallego for his outstanding contribution to technical-scientific discussions held during the results analysis stage.*

## 7. Referencias/References

- ACI (Seccional colombiana) (2002),** Informe final de la consolidación de resultados Interlaboratorios de Módulo Elástico - ASTM C 469-02.
- AIS (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica) (2010),** Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente (NSR-10). Bogotá Colombia.
- AIS (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica) (1998),** Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente (NSR-98). Bogotá Colombia.
- Ang A.H.-S. (1973),** Structural Risk Analysis and Reliability-Based Design. Journal of Structural Engineering Division, 99, 1973, Pag 20-35
- CSI (Computers and Structures Inc). (2007),** SAP 2000. Static and Dynamic Finite Element Analysis of Structures, Nonlinear.
- FOPAE (Fondo de prevención y atención de emergencias) (2010),** Zonificación de la respuesta sísmica de Bogotá para el diseño sismo resistente de edificaciones. Informe final. Bogotá.
- García L. E. (1996),** Economic considerations of displacement-based seismic design of structural concrete buildings. Structural Engineering International Vol 6 n°4, 1669.IABSE. Zurich, Suiza.
- Gallego M. & Sarria A. (2006),** El concreto y los terremotos. Conceptos, comportamiento, patología y rehabilitación. Asociación Colombiana de Productores de Concreto (Asocreto), Instituto del Concreto.
- González V., Botero J. C., Rochel R., Vidal J., Álvarez M. (2005),** Propiedades mecánicas del acero de refuerzo utilizado en Colombia. Revista Ingeniería y Ciencia. Volumen 1. Número 1. Pp 67 – 76.
- Mays. L, Tung Y. (1992),** Hydrosystems Engineering and Management. McGraw Hill Series in Water Resources and Environmental Engineering. New York: Mc Graw Hill
- Muñoz E., Ruiz D., Prieto J. (2005),** Estimación de la confiabilidad estructural de una edificación indispensable mediante análisis no lineales estáticos de pushover. Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Antisísmica, IX Jornadas. Artículo N° A10-13. Concepción, Chile.
- NTC4025. Norma Técnica Colombiana (ICONTEC) (2005),** Concretos. Método de ensayo para determinación del módulo de elasticidad estático y la relación de Poisson en concreto a la compresión.
- Prieto J., Muñoz E., Ruiz D., Ramos A. (2005),** Estimación de la incertidumbre aleatoria del punto de desempeño de una edificación esencial. Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Antisísmica, IX Jornadas. Artículo N° A04-02. Concepción, Chile.
- Ruiz D., Vacca H. y León M. (2007),** Propuesta de modificación de la ecuación para la estimación del módulo de elasticidad del concreto en función de la resistencia a la compresión para Bogotá. Revista de la Escuela Colombiana de Ingeniería N°67 Julio – Septiembre. pp 7-15.
- Sánchez Mauricio (2004),** Introducción a la confiabilidad y evaluación de riesgos. Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes, Ediciones Uniandes. Bogotá, Colombia.

